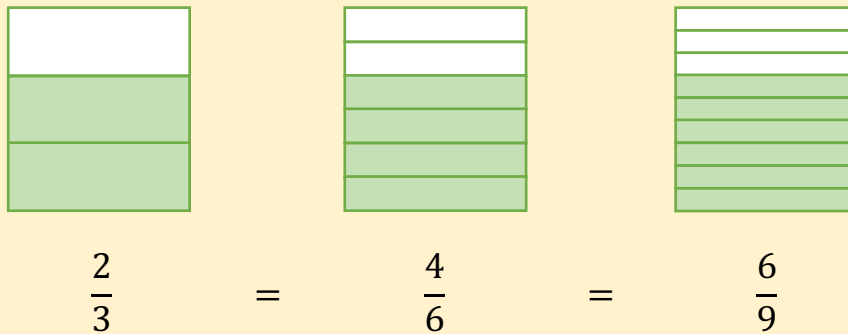


# 1. ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

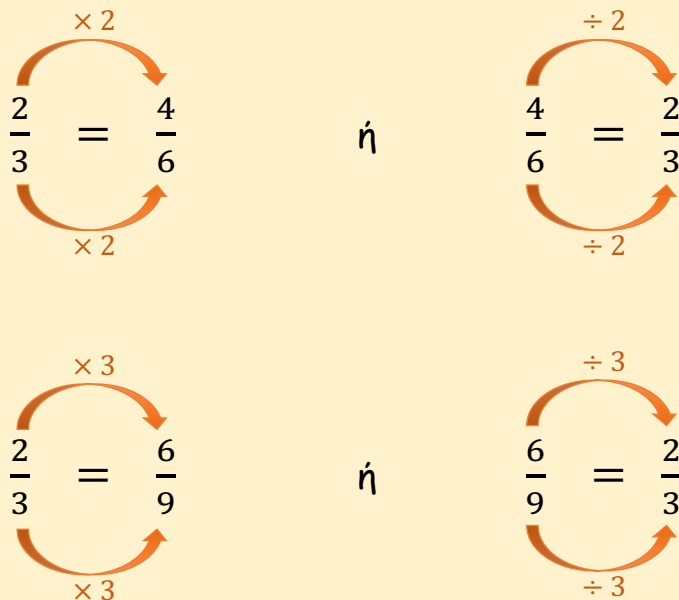
Ισοδύναμα ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:



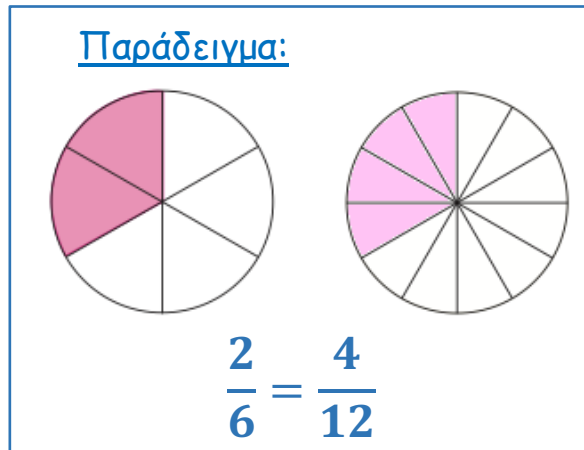
Για να σχηματίσουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

Παραδείγματα:

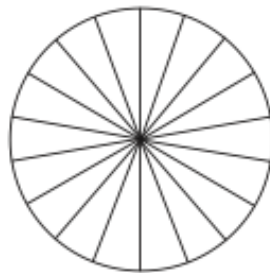
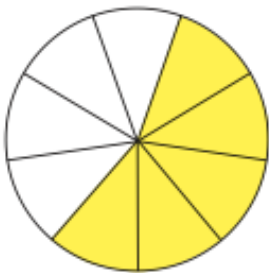


## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να σκιάσεις το δεύτερο σχήμα, ώστε να σχηματιστεί ένα ισοδύναμο κλάσμα με το κλάσμα που παρουσιάζεται στο πρώτο σχήμα, όπως στο παράδειγμα.



(α)



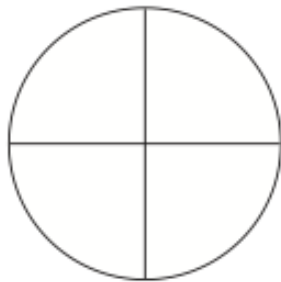
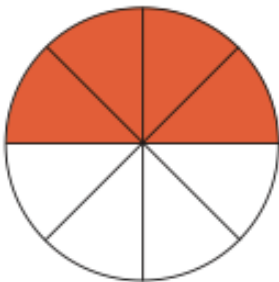
$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(β)



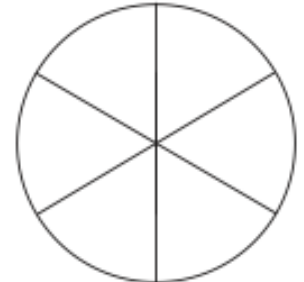
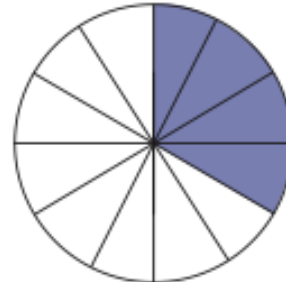
$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(γ)



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

(δ)



$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2. Να συμπληρώσεις.

(α)

$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{2}{\square}$$

(β)

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{10}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{21}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{24}{\square}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{30}{\square}$$

(γ)

$$\frac{5}{10} = \frac{\square}{2}$$

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{6}{60} = \frac{1}{\square}$$

(δ)

$$\frac{20}{28} = \frac{\square}{7}$$

$$\frac{20}{25} = \frac{4}{\square}$$

$$\frac{16}{32} = \frac{2}{\square}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{\square}$$

(ε)

$$\frac{4}{9} = \frac{\square}{54}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$$

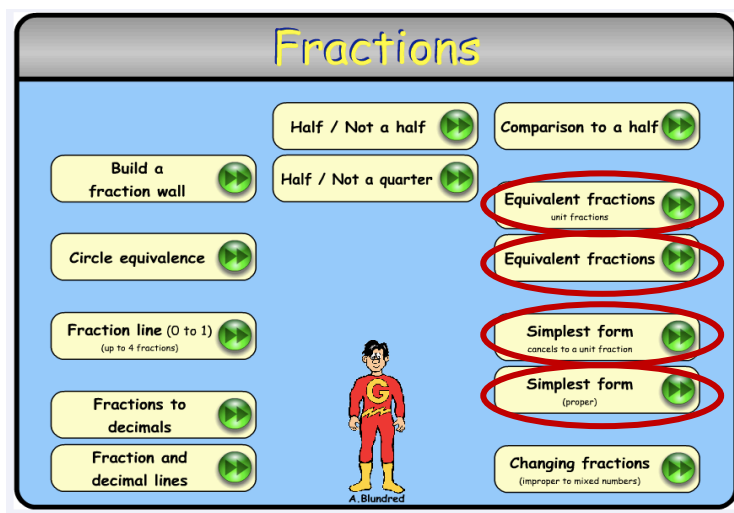
$$\frac{7}{\square} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{\square} = \frac{21}{35}$$

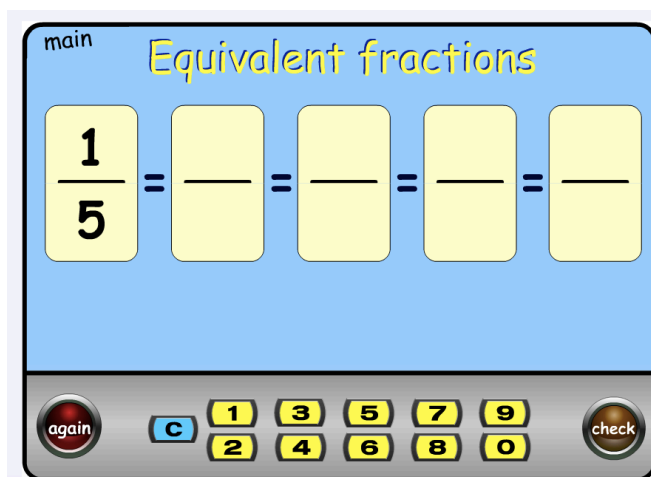
## ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

(α) <https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=Fractionsv7>

- Από την κεντρική οθόνη, να επιλέξεις ένα από τα εικονίδια σε κύκλο.

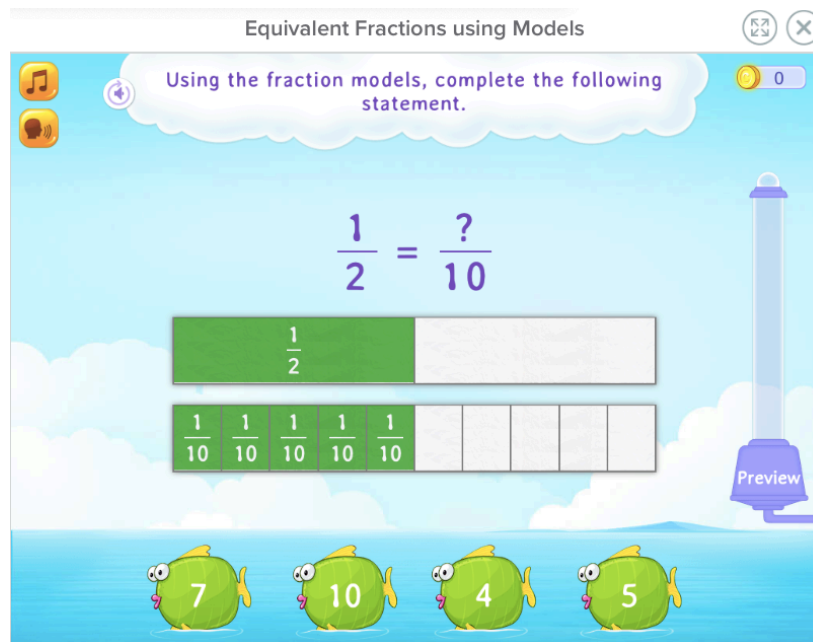


- Να συμπληρώσεις την ισότητα που εμφανίζεται κάθε φορά, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.  
Πατώντας "check", μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή.  
Πατώντας "again", εμφανίζεται μια νέα ισότητα.




(β) <https://www.splashlearn.com/equivalent-fractions-games>

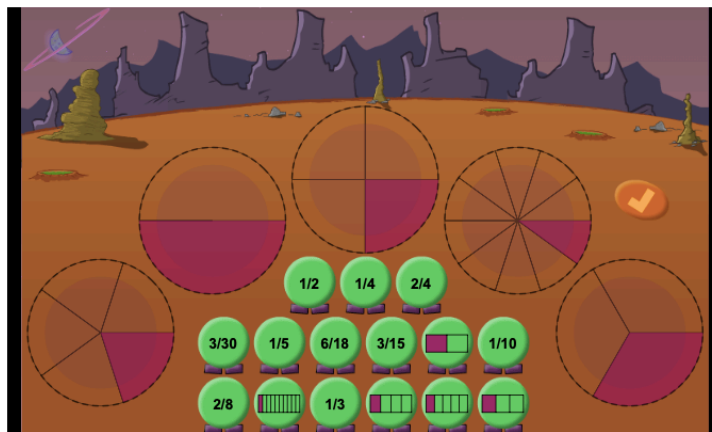
- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις το παιχνίδι "Equivalent Fractions using Models".
- Να επιλέξεις τον αριθμό που ταιριάζει, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.



(γ)

<https://www.mathplayground.com/Triplets/index.html>

- Να σύρεις κάθε κλάσμα και ορθογώνια επιφάνεια πάνω σε κάθε κυκλική επιφάνεια, ώστε να δημιουργήσεις ομάδες με ισοδύναμα κλάσματα.
- Πατώντας στο  , μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή και να προχωρήσεις σε επόμενο επίπεδο.



Φιλικό προς  
οθόνες αφής

(δ)

[http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/equivalent\\_fractions\\_shoot.htm](http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/equivalent_fractions_shoot.htm)

- Να επιλέξεις από την αρχική οθόνη το Παιχνίδι 1 (Game 1) ή το Παιχνίδι 2 (Game 2) και να αρχίσεις από το Επίπεδο 1 (Level 1)
- Στο Παιχνίδι 1, να σύρεις το κλάσμα που εμφανίζεται πάνω στην επιφάνεια που παρουσιάζει ένα ισοδύναμο με αυτό κλάσμα.
- Στο Παιχνίδι 2, να σύρεις το κλάσμα πάνω στο κλάσμα που είναι ισοδύναμο με αυτό.

**EQUIVALENT FRACTIONS SPLAT**  
Instructions: Click the equivalent fraction to the fraction that appears on the screen.

**GAME 1**  $\frac{5}{10}$  is equivalent to  $\frac{4}{16}$  is equivalent to  $\frac{1}{2}$  is equivalent to  
EXAMPLES:   
Click on level below to play: LEVEL 1 LEVEL 2 LEVEL 3 LEVEL 4 LEVEL 5

**GAME 2**  $\frac{5}{10}$  is equivalent to  $\frac{4}{16}$  is equivalent to  $\frac{1}{2}$  is equivalent to  
EXAMPLES:  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{2}{4}$   
Click on level below to play: LEVEL 1 LEVEL 2 LEVEL 3 LEVEL 4 LEVEL 5

Click the equivalent graphical fraction to the fraction that appears on the screen.

$\frac{1}{2}$

SCORE: 1  
HITS: 1  
MISS: 0

(ε)

[https://www.helpingwithmath.com/resources/games/fraction\\_game\\_3/matching.html](https://www.helpingwithmath.com/resources/games/fraction_game_3/matching.html)

- Να σύρεις τις πράσινες κάρτες πάνω στις γαλάζιες κάρτες, ώστε τα κλάσματα να είναι ισοδύναμα.

$\frac{6}{15}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{3}{18}$
$\frac{6}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{4}$

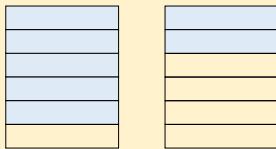
Φιλικό προς οθόνες αφής

## 2. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να συγκρίνουμε κλάσματα, παρατηρούμε τους παρονομαστές και τους αριθμητές τους.

Παραδείγματα:

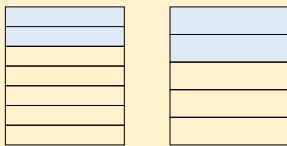
$$(α) \frac{5}{6} > \frac{2}{6}$$



Τα κλάσματα  $\frac{5}{6}$  και  $\frac{2}{6}$  είναι **ομώνυμα** (δηλαδή έχουν τον ίδιο παρονομαστή).

Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή.

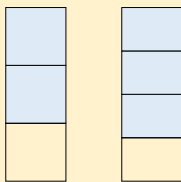
$$(β) \frac{2}{7} < \frac{2}{5}$$



Τα κλάσματα  $\frac{2}{7}$  και  $\frac{2}{5}$  είναι **ετερόνυμα**, δηλαδή δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Έχουν όμως τον ίδιο αριθμητή.

Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

$$(γ) \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$



Τα κλάσματα  $\frac{2}{3}$  και  $\frac{3}{4}$  είναι **ετερόνυμα**. Δεν έχουν τον ίδιο αριθμητή.

Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, ώστε να έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Ένα κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 4 είναι το 12. Βρίσκουμε ένα ισοδύναμο κλάσμα με το  $\frac{2}{3}$  και ένα ισοδύναμο κλάσμα με τα  $\frac{3}{4}$  με παρονομαστή το 12.

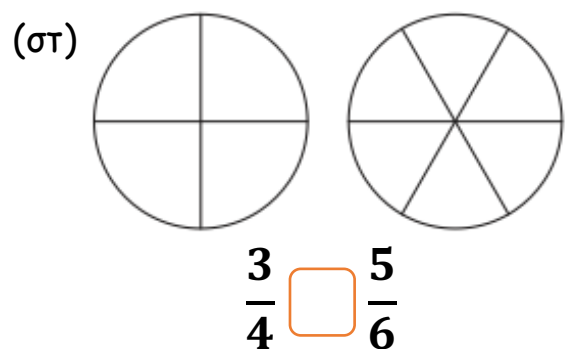
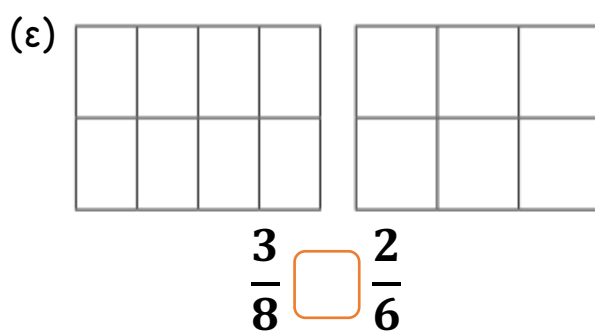
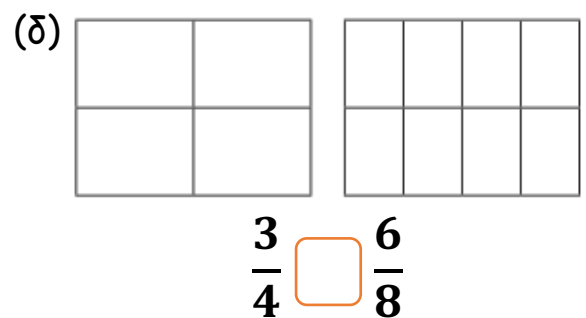
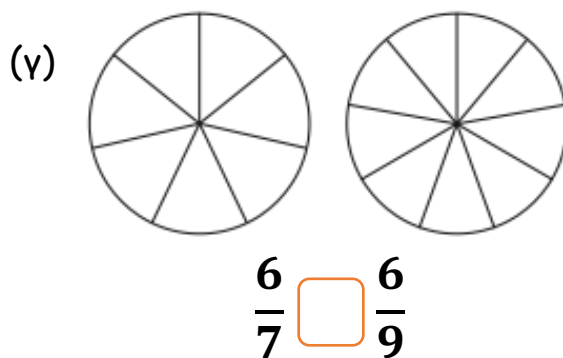
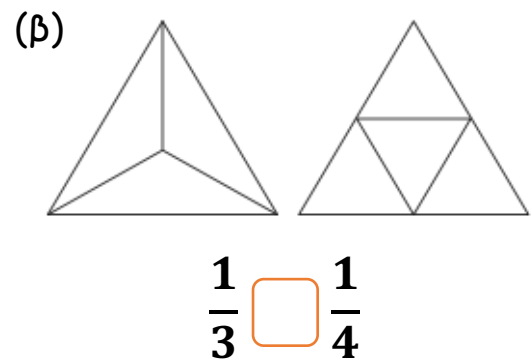
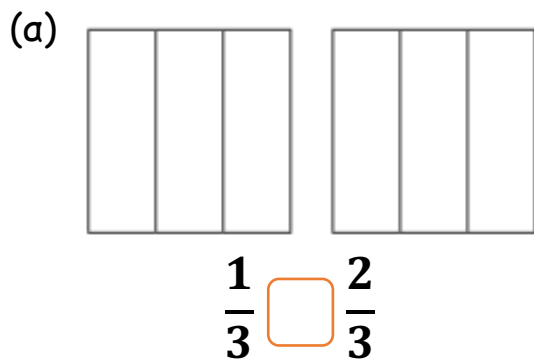
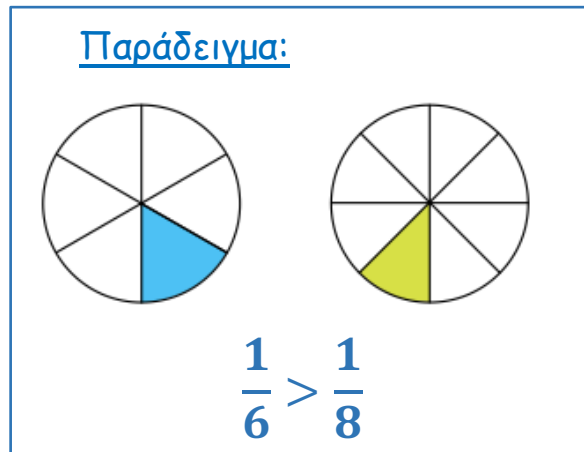
$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \text{και} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Συγκρίνουμε τα κλάσματα.

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12} \quad \text{Άρα,} \quad \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να χρησιμοποιήσεις τα διαγράμματα, για να συγκρίνεις τα κλάσματα, όπως στο παράδειγμα.





2. Να συμπληρώσεις, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα  $>$ ,  $<$ ,  $=$ .

(α)

$$\frac{1}{4} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \square \frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{8} \square \frac{3}{8}$$

$$\frac{13}{19} \square \frac{17}{19}$$

(β)

$$\frac{1}{3} \square \frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{6} \square \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{9} \square \frac{4}{23}$$

$$\frac{25}{40} \square \frac{25}{30}$$

(γ)

$$\frac{1}{3} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{5} \square \frac{6}{10}$$

$$\frac{2}{3} \square \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{8} \square \frac{6}{10}$$

3. Να γράψεις τα κλάσματα με τη σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο.

(α)

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$



(β)

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{15}$$

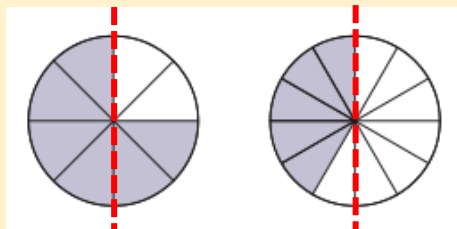
$$\frac{2}{6}$$



4. Μια άλλη στρατηγική για τη σύγκριση κλασμάτων είναι με βάση το μισό ( $\frac{1}{2}$ ).

Παράδειγμα :

$$\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$$



Το κλάσμα  $\frac{6}{8}$  είναι μεγαλύτερο από το  $\frac{4}{8}$  που είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$ .

$$\frac{6}{8} > \frac{1}{2}$$

Το κλάσμα  $\frac{5}{12}$  είναι μικρότερο από το  $\frac{6}{12}$  που είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$ .

$$\frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

$$\text{Άρα, } \frac{6}{8} > \frac{5}{12}$$

- (α) Να βάλεις σε κύκλο όλα τα κλάσματα που είναι μεγαλύτερα από το  $\frac{1}{2}$ .

$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{18}{36}$
---------------	---------------	---------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

- (β) Να τοποθετήσεις το κάθε κλάσμα στην κατάλληλη θέση του πίνακα.

$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{7}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	-----------------	----------------	---------------

Μικρότερα από το $\frac{1}{2}$	Ίσα με το $\frac{1}{2}$	Μεγαλύτερα από το $\frac{1}{2}$

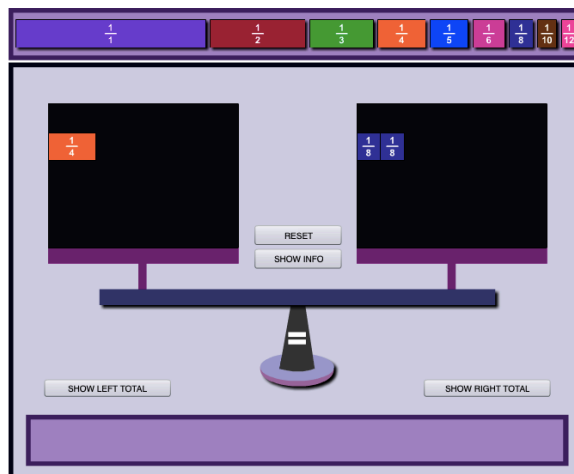
5. (α) Δύο ομάδες έκαναν κωπηλασία. Μετά από 1 ώρα κωπηλασίας, η πρώτη ομάδα κάλυψε τα  $\frac{5}{7}$  της διαδρομής και η δεύτερη ομάδα τα  $\frac{5}{9}$  της διαδρομής. Ποια ομάδα βρισκόταν πιο κοντά στον τερματισμό μετά από μία ώρα κωπηλασίας;

- (β) Σε απόσταση  $\frac{1}{2}$  km από έναν κατασκηνωτικό χώρο, υπάρχει ένα πάρκο, σε απόσταση  $\frac{3}{4}$  km ένα ποτάμι και σε απόσταση  $\frac{2}{8}$  km ένα μονοπάτι της φύσης. Ποιο σημείο βρίσκεται πιο κοντά στην κατασκήνωση;

## ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- (α) [https://www.mathplayground.com/Scale\\_Fractions.html](https://www.mathplayground.com/Scale_Fractions.html)

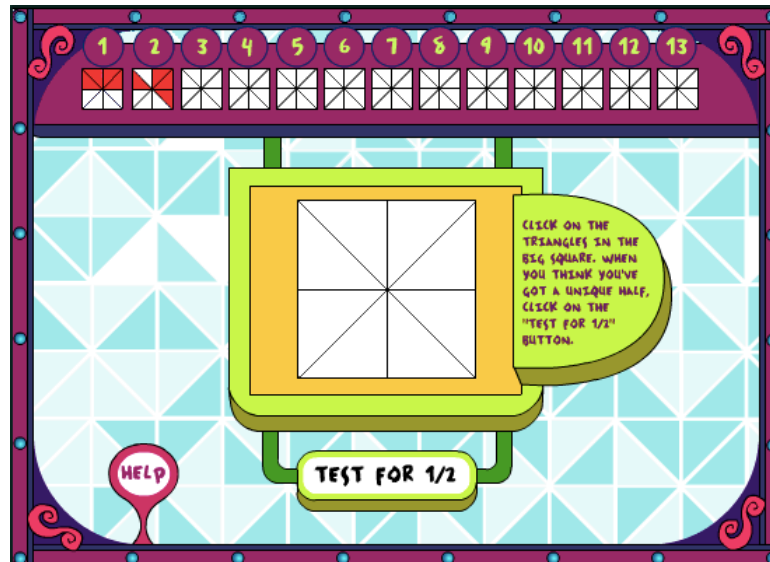
- Να σύρεις κλάσματα σε κάθε πλευρά της ζυγαριάς, ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει.



Φιλικό προς  
οθόνες αφής

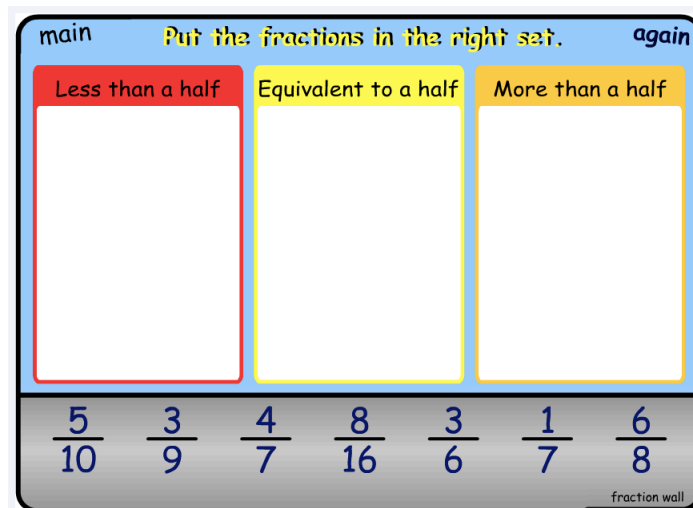
(β) <https://pbskids.org/cyberchase/games/thirteen-ways-looking-half>

- Να σκιάσεις τρίγωνα, ώστε να σκιαστεί το  $\frac{1}{2}$  ολόκληρου του τετραγώνου. Πρέπει να βρεις 13 διαφορετικούς τρόπους.
- Πατώντας "Test for  $\frac{1}{2}$ ", μπορείς να ελέγξεις αν η απάντησή σου είναι ορθή.



(γ) <https://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=Fractionsv7>

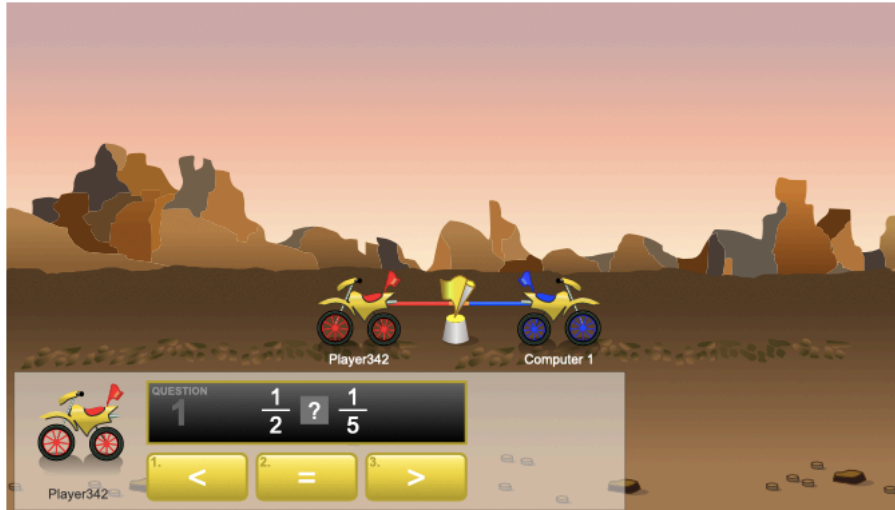
- Από την αρχική οθόνη, να επιλέξεις το εικονίδιο "Comparison to a half".
- Να τοποθετήσεις τα κλάσματα σε κάθε στήλη ανάλογα με τον αν είναι «Μικρότερα από το μισό», «Ίσα με το μισό» και «Μεγαλύτερα από το μισό».



(δ)

[https://www.mathplayground.com/ASB\\_TugTeamFractions.html](https://www.mathplayground.com/ASB_TugTeamFractions.html)

- Να συγκρίνεις τα κλάσματα και να επιλέξεις το κατάλληλο σύμβολο  $>$ ,  $<$  ή  $=$ .



Φιλικό προς  
οθόνες αφής

(ε) <https://www.fuelthebrain.com/games/comparison-shootout/>

- Από την αρχική οθόνη, να επιλέξεις το Επίπεδο 3 (Level 3).
- Να συγκρίνεις τα κλάσματα.
- Να πατήσεις στο πράσινο βέλος και να το γυρίσεις προς το σύμβολο που πρέπει να τοποθετηθεί μεταξύ των κλασμάτων ( $>$ ,  $<$  ή  $=$ ).

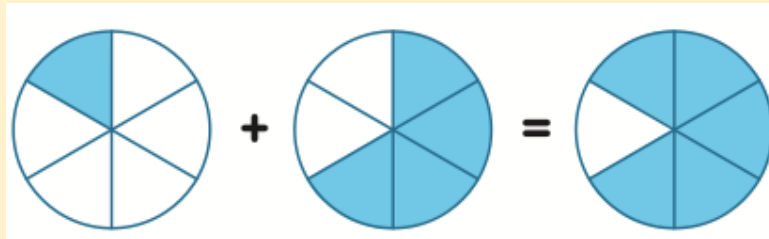


### 3. ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα, προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

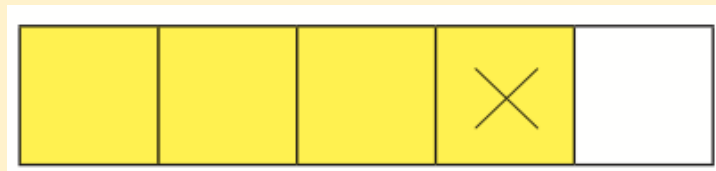
$$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$



Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα, αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

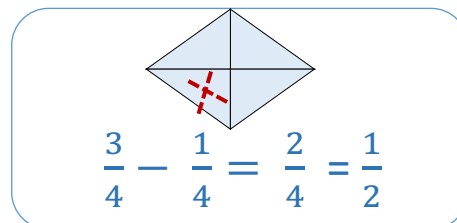
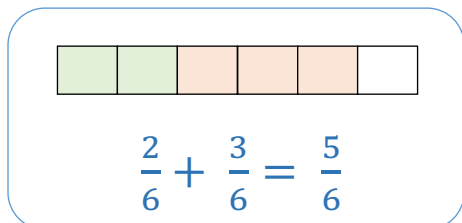
$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$



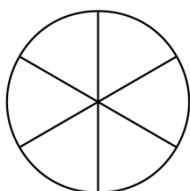
## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα, όπως στα παραδείγματα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Παραδείγματα:



(α)



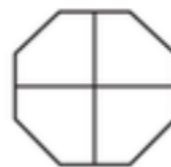
$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} =$$

(β)



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$$

(γ)



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$$

(δ)  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$

(ε)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$

(στ)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} =$

(ζ)  $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} =$

(η)  $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} =$

(θ)  $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$

(ι)  $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} =$

(κ)  $\frac{8}{8} - \frac{6}{8} =$

(λ)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} =$

(μ)  $\frac{3}{12} + \frac{7}{12} =$

(ν)  $\frac{4}{9} - \frac{3}{9} =$

(ξ)  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} =$

2. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Ένας ποδηλάτης κάλυψε το πρωί τα  $\frac{2}{8}$  μιας ποδηλατικής διαδρομής. Το απόγευμα κάλυψε  $\frac{3}{8}$  της διαδρομής περισσότερα από το πρωί. Τι μέρος της διαδρομής κάλυψε συνολικά ο ποδηλάτης το πρωί και το απόγευμα;

Μαθηματική πρόταση:

Απάντηση:

---

---

(β) Ο Φάνης χρησιμοποίησε  $\frac{1}{5}$  kg ζάχαρη για να φτιάξει μπισκότα και  $\frac{3}{5}$  kg ζάχαρη για να φτιάξει ένα γλύκισμα. Πόση ζάχαρη περίσσεψε, αν ο Φάνης είχε αρχικά 1 kg ζάχαρη;

Μαθηματική πρόταση:

Απάντηση:

---

---



## ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΑ ΓΙΑ ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

(α)

<http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/FruitShootFractionsAddition.htm>

- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις ένα από τα εικονίδια σε κύκλο.
- Να σύρεις τη μαθηματική πρόταση πρόσθεσης πάνω στο φρούτο που παρουσιάζει το άθροισμα της.

Sheppard Software's **fruit** SPLAT FRACTION ADDITION

Click on a level to play.

**Level 1a**  
add 2 fractions with like denominators  
 $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

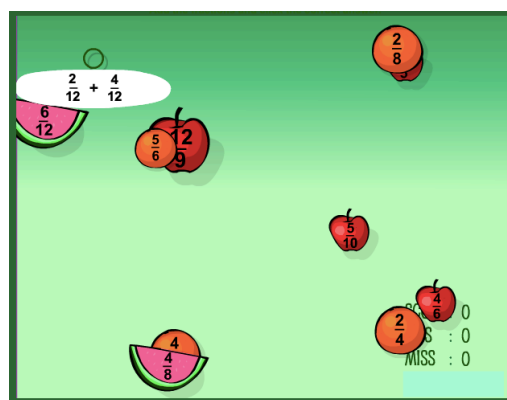
**Level 2a**  
add 3 fractions with like denominators  
 $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$

**Level 3a**  
add fractions with unlike denominators  
 $\frac{1}{2} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$

**Level 1b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

**Level 2b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

**Level 3b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$



(β)

<http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/FruitShootFractionsSubtraction.htm>

- Από την αρχική σελίδα, να επιλέξεις το εικονίδιο σε κύκλο.
- Να σύρεις τη μαθηματική πρόταση αφαίρεσης πάνω στο φρούτο που παρουσιάζει τη διαφορά της.

Sheppard Software's **fruit** SPLAT FRACTION SUBTRACTION

Click on a level to play.

**Level 1a**  
subtract fractions with like denominators  
 $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$

**Level 2a**  
subtract fractions with unlike denominators  
 $\frac{1}{2} - \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$

**Level 3a**  
subtract fractions with unlike denominators - adv  
 $\frac{1}{2} - \frac{2}{16} = \frac{6}{16}$

**Level 1b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

**Level 2b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

**Level 3b: simplify**  
Solve problem same as above.  
Then simplify:  
 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

